

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

Ответ: -0,8.

10	-	0	,	8															
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

1 Найдите корень уравнения

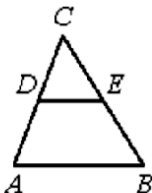
$$(x + 9)^2 = 36x.$$

Ответ: _____.

2 Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали идти. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 7, но не дойдя до отметки 1.

Ответ: _____.

3 В треугольнике ABC DE – средняя линия. Площадь треугольника CDE равна 24. Найдите площадь треугольника ABC .



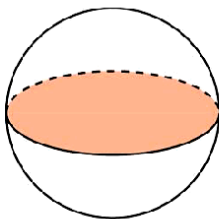
Ответ: _____.

4 Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt{1,2} \cdot \sqrt{1,4}}{\sqrt{0,42}}$$

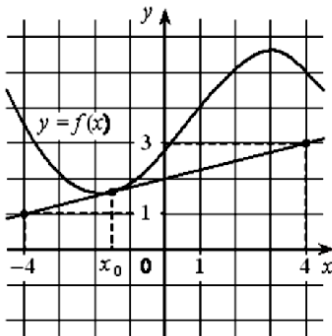
Ответ: _____.

5 Площадь поверхности шара равна 12. Найдите площадь большого круга шара.



Ответ: _____.

6 На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Ответ: _____.

7

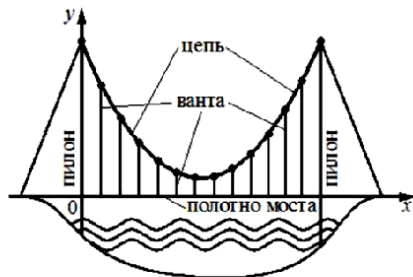
На рисунке изображена схема моста. Вертикальные *пилоны* связаны провисающей *цепью*. Тросы, которые свисают с цепи и поддерживают *полотно* моста, называются *вантами*.

Введём систему координат:

ось Oy направим вертикально вверх вдоль одного из пилонов, а ось Ox направим вдоль полотна моста, как показано на рисунке. В этой системе координат линия, по которой провисает цепь моста, задаётся формулой

$$y = 0,0043x^2 - 0,74x + 35,$$

где x и y измеряются в метрах. Найдите длину ванта, расположенной в 70 метрах от пилона. Ответ дайте в метрах.



Ответ: _____.

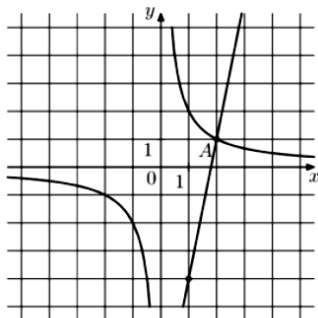
8

Первые 120 км автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, следующие 200 км – со скоростью 100 км/ч, а затем 160 км – со скоростью 120 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

9

На рисунке изображены графики функций $f(x) = \frac{k}{x}$ и $g(x) = ax + b$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .



Ответ: _____.

10

На фабрике керамической посуды 20% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 55% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

11

Найдите наибольшее значение функции $y = \ln(x + 6)^3 - 3x$ на отрезке $[-5,5; 0]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 12 а) Решите уравнение

$$\operatorname{tg}^2 x + 5 \operatorname{tg} x + 6 = 0.$$

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right].$$

- 13 В правильной треугольной призме $ABC A_1 B_1 C_1$ сторона основания AB равна 3, а боковое ребро AA_1 равно $\sqrt{2}$. На рёбрах AB , $A_1 B_1$ и $B_1 C_1$ отмечены точки M , N и K соответственно, причём $AM = B_1 N = C_1 K = 1$.

- а) Пусть L – точка пересечения плоскости MNK с ребром AC . Докажите, что $MNKL$ – квадрат.
б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью MNK .

- 14 Решите неравенство

$$(9^x - 2 \cdot 3^x)^2 - 62 \cdot (9^x - 2 \cdot 3^x) - 63 \geq 0.$$

- 15 В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на сумму 300 000 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Найдите r , если известно, что кредит будет полностью погашен за два года, причём в первый год будет выплачено 160 000 рублей, а во второй год – 240 000 рублей.

16

В прямоугольную трапецию $ABCD$ с прямым углом при вершине A и острым углом при вершине D вписана окружность с центром O . Прямая DO пересекает сторону AB в точке M , а прямая CO пересекает сторону AD в точке K .

- а) Докажите, что $\angle AMO = \angle DKO$.
б) Найдите площадь треугольника AOM , если $BC = 10$ и $AD = 15$.

17

Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{xy^2 - xy - 4y + 4}{\sqrt{x+2}} = 0, \\ y = x + a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

18

В каждой клетке квадратной таблицы 6×6 стоит натуральное число, меньшее 7. Вася в каждом столбце находит наименьшее число и складывает шесть найденных чисел. Петя в каждой строке находит наименьшее число и складывает шесть найденных чисел.

- а) Может ли сумма у Пети получиться в два раза больше, чем сумма у Васи?
б) Может ли сумма у Пети получиться в шесть раз больше, чем сумма у Васи?
в) В какое наибольшее число раз сумма у Пети может быть больше, чем сумма у Васи?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

О проекте «Пробный ЕГЭ каждую неделю»

Данный ким составлен командой всероссийского волонтерского проекта «ЕГЭ 100 баллов» <https://vk.com/egex100ballov> и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

Нашли ошибку в варианте?

Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!

Для замечаний и пожеланий: https://vk.com/topic-10175642_47937899

(также доступны другие варианты для скачивания)

СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:

ФИО:	Евгений Пифагор
Предмет:	Математика
Стаж:	10 лет готовлю к ЕГЭ и ОГЭ
Регалии:	Набрал 98 баллов на ЕГЭ по математике (профиль) 55 учеников набрали 90-100 баллов на ЕГЭ 2021 Высшее образование (ТГУ, 2009-2014) Победитель трёх олимпиад по высшей математике
Аккаунт и группа ВК:	https://vk.com/eugene10 https://vk.com/shkolapifagora
Ютуб и инстаграм:	https://www.youtube.com/c/pifagor1 https://www.instagram.com/shkola_pifagora/